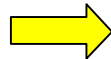


Korrelation

Die Korrelationsanalyse zeigt Zusammenhänge auf und macht Vorhersagen möglich

Was ist Korrelation?



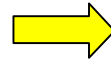
Korrelation ist eine eindeutige Beziehung zwischen zwei Merkmalen

Was sagt die Korrelationszahl aus?

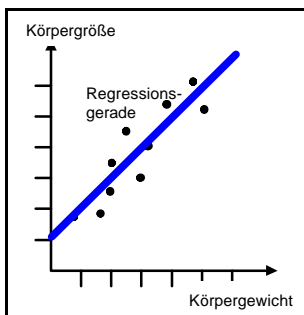


Die Korrelationszahl drückt die Stärke der Korrelation in einer Ziffer aus.

Wie geht man vor?



- Schritte:**
- Merkmale aufnehmen
 - Werte eintragen
 - Ausgleichsgerade ziehen
 - Ausgleichsgerade errechnen
 - Korrelationszahl ermitteln



Folie von Seite 2

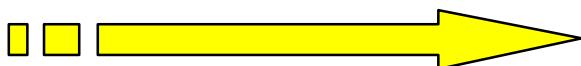
Übungsbeispiel 1

EXCEL

Übungsbeispiel 4

EXCEL

Hausübung:



Übungsbeispiel 2

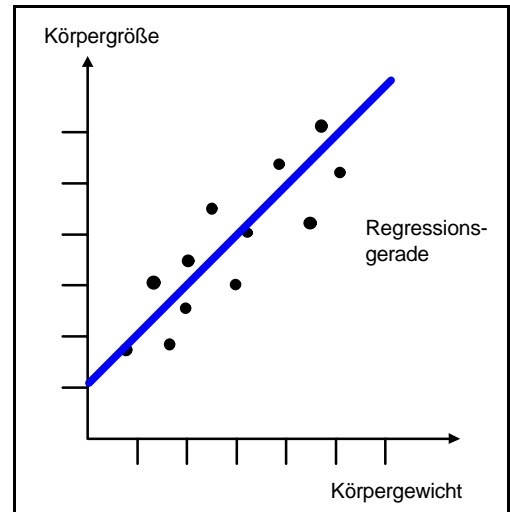
Übungsbeispiel 3

3a

Korrelation

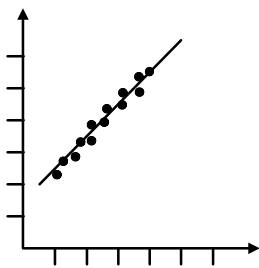
Eine Korrelation liegt dann vor, wenn es eine eindeutige Beziehung zwischen zwei Merkmalen gibt. Zum Beispiel korreliert die Körpergröße der Menschen mit deren Körpergewicht. Greift man allerdings nur eine kleine Gruppe von Menschen heraus und mißt die Merkmalsgruppen Größe und Gewicht, so ist die Korrelation nicht immer sofort zu erkennen. Mit den Mitteln der Statistik ist es möglich eventuelle Korrelationen (Abhängigkeiten) aufzuspüren. Dies ist in der Technik bei Fragen der Problemlösung wichtig.

Bei der Untersuchung von Ursache und Wirkung sind zwei Hilfsmittel von besonderer Bedeutung: Das **Korrelationsndiagramm** und die **Korrelationszahl**.

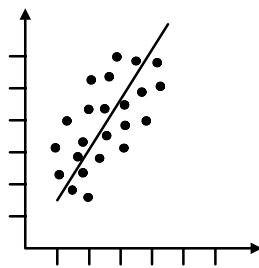


Korrelationsdiagramm

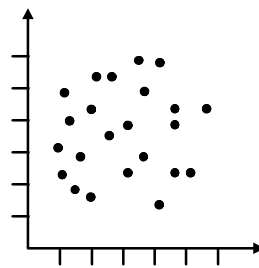
Korrelationsdiagramme im Vergleich



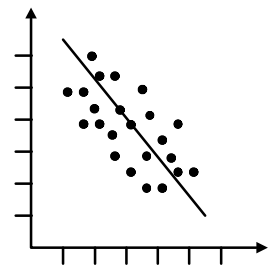
Starke Korrelation
K = 1



Schwache Korrelation
K = 0,5



Keine Korrelation
K = 0



Schw. neg. Korrelation
K = - 0,5

Die Korrelationszahl

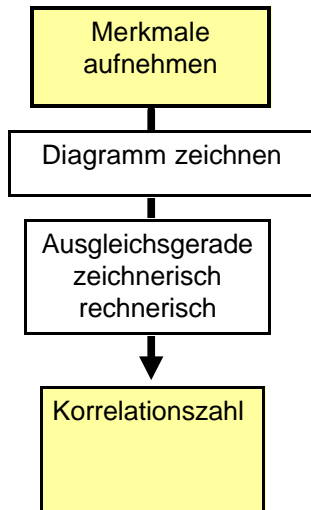
Je stärker die Korrelation zweier Merkmale ist, desto eher kann auch ein ursächlicher Zusammenhang vorliegen. Deshalb ist es wichtig, diese Stärke der Korrelation in einer Ziffer auszudrücken. Dies ist die **Korrelationszahl K**.

Sie kann maximal 1 betragen. Ihre Berechnung ist kompliziert, aber nicht schwierig.

Damit steht eine Kennzahl zur Verfügung, die die Güte angibt, in der die Merkmale einer festen Beziehung folgen.

Ein Fall aus der Zeitschrift Qualität (Radkappen):

In einem Spritzgußbetrieb zeigten sich nicht beherrschbare Gewichtsunterschiede bei den Radkappen, die in der Nachschichtproduktion gefertigt wurden. Die paarweise Ermittlung von Masse der gespritzten Radkappe und Kühlwassertemperatur zeigte, daß die nächtliche Abkühlung des Zulaufwassers einen eindeutigen Einfluß auf die Spritzgußdichte hatte.



Wie geht man vor?

Eine vermutete Ursache-Wirkungs-Beziehung soll untersucht werden.

- 1. Beide Merkmale werden paarweise aufgenommen (Mindestens 30 Merkmalspaare).
- 2. Die Werte werden in ein Korrelationsdiagramm eingetragen. Die Achseinteilung richtet sich nach dem größten und kleinsten Meßwert.
- 3. Kann man in die Punktwolke eine sinnvolle Ausgleichsgerade ziehen, so liegt eine Korrelation vor.
- 4. Die Ausgleichsgerade wird mathematisch ermittelt (Regressionsgerade)
- 5. Die Güte der Korrelation wird durch die Korrelationszahl angegeben.

Beispiel:

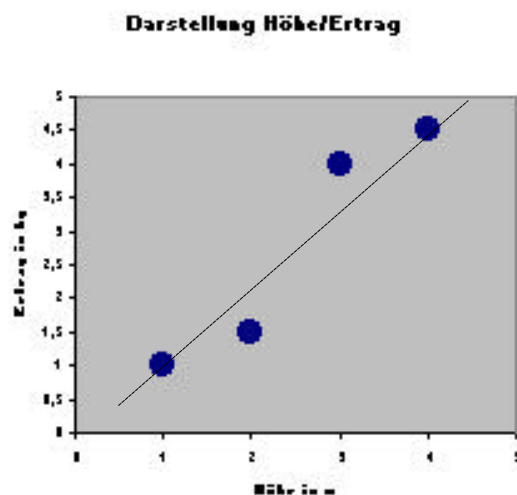
In einer Obstplantage wird die Korrelation zwischen der Baumhöhe und dem Ernteertrag untersucht. Dazu werden Bäume bestimmter Höhen (Xi) ausgesucht und die Erntemenge (Yi) in kg gemessen.

Ergebnis der Messung:

Höhe in m	Ertrag in kg
1	1
2	1,5
3	4
4	4,5



Im Korrelationendiagramm ist zu sehen, daß ein Korrelation (Abhängigkeit) vorliegt. Nun wird die Gerade bestimmt und die Korrelationszahl errechnet.



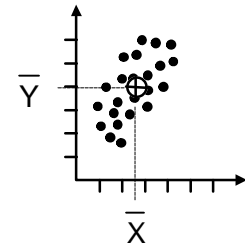
Berechnung der Ausgleichsgerade ohne EXCEL

Die Gerade geht durch den Schwerpunkt aller Punkte. Dieser wird berechnet, indem der Mittelwert der X und der Y-Werte aller Punkte bestimmt wird.

Berechnung des Schwerpunktes (Mittelwertskordinaten):

$$\bar{X} = \frac{1+2+3+4}{4} = \underline{\underline{2,5}} \text{ (Höhe in m)}$$

$$\bar{Y} = \frac{1+1,5+4+4,5}{4} = \underline{\underline{2,75}} \text{ (Ertrag in kg)}$$



Formel zur Berechnung

der Steigung der Ausgleichsgeraden:

$$a = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$a = \frac{(1-2,5)(1-2,75) + (2-2,5)(1,5-2,75) + (3-2,5)(4-2,75) + (4-2,5)(4,5-2,75)}{(1-2,5)^2 + (2-2,5)^2 + (3-2,5)^2 + (4-2,5)^2} = \frac{6,5}{5} = \underline{\underline{1,3}}$$

Die Geradengleichung in allgemeiner Form:

$$Y - \bar{Y} = a(X - \bar{X})$$

eingesetzt: $Y - 2,75 = 1,3(x - 2,5)$

$$Y = 1,3x - 2,5 * 1,3 + 2,75$$

$$\underline{\underline{Y = 1,3x - 0,5}} \quad (\text{Geradengleichung in der Form } y = ax + b)$$

Berechnung der Korrelationszahl:

Formel:

$$K = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 * \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

$$K = \frac{6,5}{\sqrt{5 * (1-2,75)^2 + (1,5-2,75)^2 + (4-2,75)^2 + (4,5-2,75)^2}}$$

$$K = \frac{6,5}{\sqrt{5 * 9,25}} = \underline{\underline{0,955}} \quad (= \text{Korrelation STARK})$$

Bewertungsschema:

Korrelation	VOLL	STARK	MITTEL	SCHWACH	KEINE
K-Zahl	1	0,7 - 1	0,3 - 0,7	0 - 3	0

Übungsbeispiel 1:

Führen Sie alle Lösungen des besprochenen Beispiels (Baumhöhe und Ertrag), mit der Tabellenkalkulation (z.B.EXCEL) durch.

Übungsbeispiel 2:

Ermitteln Sie, ob eine Korrelation zwischen der Reißfestigkeit einer Klebstelle einerseits, und der relativen Luftfeuchte während des Klebevorgangs andererseits, vorliegt.

Die Luftfeuchte und die Reißfestigkeit wurden paarweise gemessen und sind in der Tabelle festgehalten.

(Ausführung am besten mit EXCEL)

1. Stellen Sie die Punkte in einem Korrelationendiagramm dar und interpretieren Sie die Darstellung.

Luftfeuchte	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	X
Festigkeit	4	7	9	9	25	25	37	47	53	63	76	84	Y

2. Berechnen Sie die Mittelwerte in X (Luftfeuchte) und in Y (Festigkeit)

3. Bestimmen Sie die Geradensteigung a (Steigung der Regressionsgeraden)

3. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Form $Y = ax + b$

(Festigkeit = a * L-Feuchte + Zahl)

4. Stellen Sie eine Wertetabelle für x und y auf.

5. Zeichnen Sie ein Diagramm mit der Regressionsgeraden.

Hinweis: Zur Berechnung der Korrelationszahl gibt es in EXCEL die Funktion KORREL. Der Wert beträgt 0,96.

Übungsbeispiel 3:

In einem Labor wurde für 25 Stahlstäbe gleicher Länge und gleichen Querschnitts, aber unterschiedlichen Kohlenstoffgehalts, die Zugfestigkeit s gemessen. Es ergab sich:

a) Bestimmen Sie die Korrelationszahl

b) Ermitteln Sie das Korrelationsdiagramm und die Geradensteigung im Diagramm

C-Gehalt (in%)	Zugfestigkeit in N/mm ²
0,10	35,80
0,30	52,20
0,15	40,00
0,60	84,90
0,70	88,50
0,20	43,40
0,50	72,10
0,20	44,50
0,30	56,80
0,15	38,70
0,55	78,30
0,60	82,20
0,20	41,10

Übungsbeispiel 4:

Ermitteln Sie in Ihrer Gruppe paarweise die Daten

Körpergröße und Schuhgröße. Ersatzweise können Sie die folgende Tabelle verwenden.

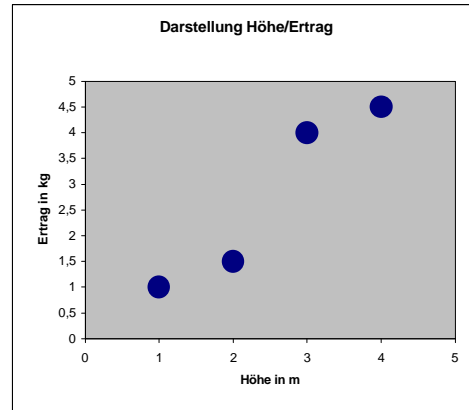
a) Ermitteln Sie die Geradengleichung, d.h. die Formel, mit der man bei Eingabe der Körpergröße die Schuhgröße vorhersagen kann. Da die Korrelationszahl die Wahrscheinlichkeit angibt, mit der diese Vorhersage zutrifft, ermitteln Sie die Korrelationszahl (=Wahrscheinlichkeit).

Körpergröße in cm	175	188	180	183	181	165	184	182
Schuhgröße	41	45	42	43	43	38	44	44

Übungsbeispiel 1: Korrelation zwischen Baumhöhe und Ernteertrag

Aufgabe: In einer Obstplantage wird die Korrelation zwischen der Höhe der Bäume und dem Ernteertrag untersucht. Dazu werden Bäume bestimmter Höhen (Xi) ausgesucht und die Erntemenge (Yi) gemessen.

Höhe in m	Ertrag in kg
1	1
2	1,5
3	4
4	4,5

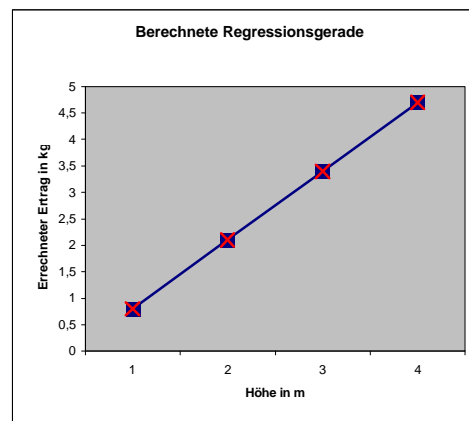


Berechnung der Mittelwerte:

Mittelwert (x-quer) Höhe:	2,5
Mittelwert (y-quer) Ertrag:	2,75
Steigung der Reg.-Geraden:	1,3

Geradengleichung:
 $Y = a(X - x_{\text{quer}}) + y_{\text{quer}}$

Höhe in m	Err. Ertrag
1	0,8
2	2,1
3	3,4
4	4,7

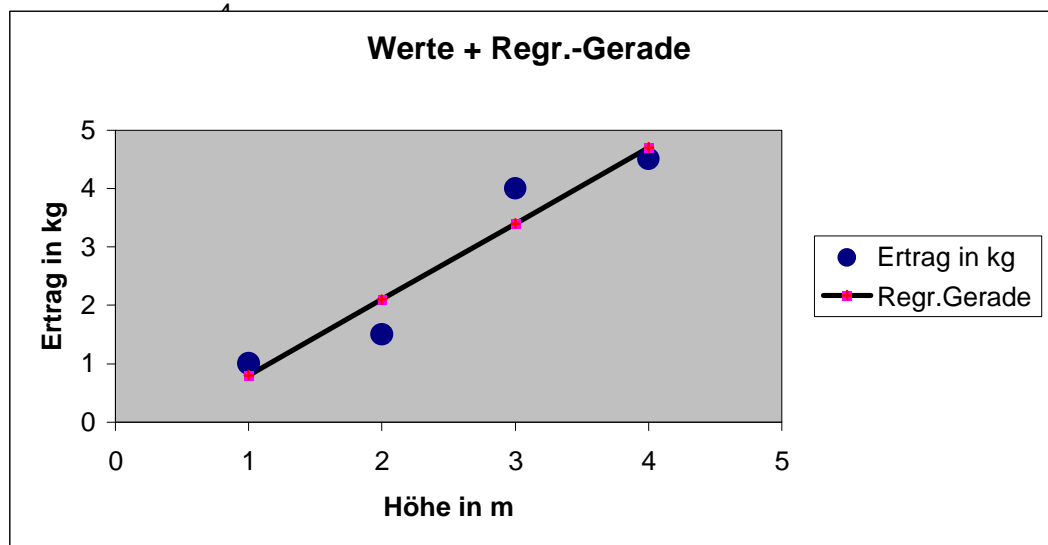


Berechnung des Korrelationskoeffizienten:

K =	0,96
-----	------

Bewertung der Korrelation: **stark**

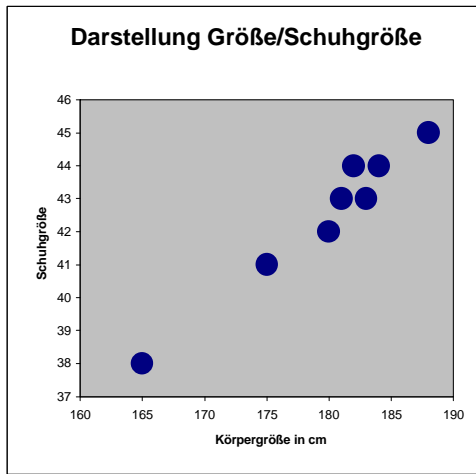
- keine 0
- schwach 0,3
- mittel 0,5
- stark 0,8
- voll 1



Übungsbeispiel 4: Korrelation zwischen Körpergröße und Schuhgröße

Aufgabe: Es sollen Körpergröße und Schuhgröße als Korrelationspaare untersucht werden. Wie groß ist die Güte (Korrelationszahl) des festgestellten Zusammenhangs? Wie lautet die Gleichung der Geraden? (Formel für Schuhgröße)

Körpergröße	Schuhgröße
175	41
188	45
180	42
183	43
181	43
165	38
184	44
182	44



Berechnung der Mittelwerte:

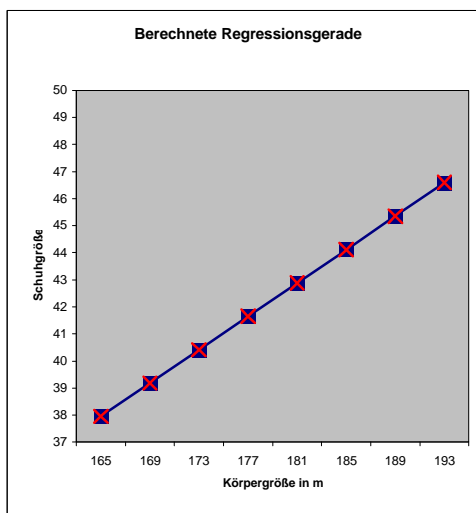
Mittelwert (x-quer) Höhe:	179,75
Mittelwert (y-quer) Ertrag:	42,5
Steigung der Reg.-Geraden:	0,30858806

Geradengleichung:
 $Y = a(X - x_{\text{quer}}) + y_{\text{quer}}$

Formel:
 $Y = 0,3(x - 179,75) + 42,5$

Höhe in m	Err. Ertrag
165	37,9483261
169	39,1826783
173	40,4170306
177	41,6513828
181	42,8857351
185	44,1200873
189	45,3544396
193	46,5887918

Y = Schuhgröße
 x = Körpergröße



Berechnung des Korrelationskoeffizienten:

$K = 0,98$

Bewertung der Korrelation: **stark**

- keine 0
- schwach 0,3
- mittel 0,5
- stark 0,8
- voll 1

