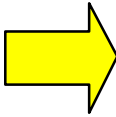


Der Vertrauensbereich für den Mittelwert

Um was geht es?



Vertrauensbereich ist der Bereich, der den wahren Parameter der Grundgesamtheit mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit einschließt.

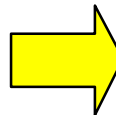
Z.B. Wenn der Mittelwert einer Stichprobe 5,1 ist, so ist nicht auch gleichzeitig der Mittelwert der Gesamtheit, aus der die Stichprobe stammt. Deswegen definiert man einen Bereich, in dem der wahre Mittelwert mit einer gewünschten Wahrscheinlichkeit liegt.

Wozu ist der Vertrauensbereich gut?

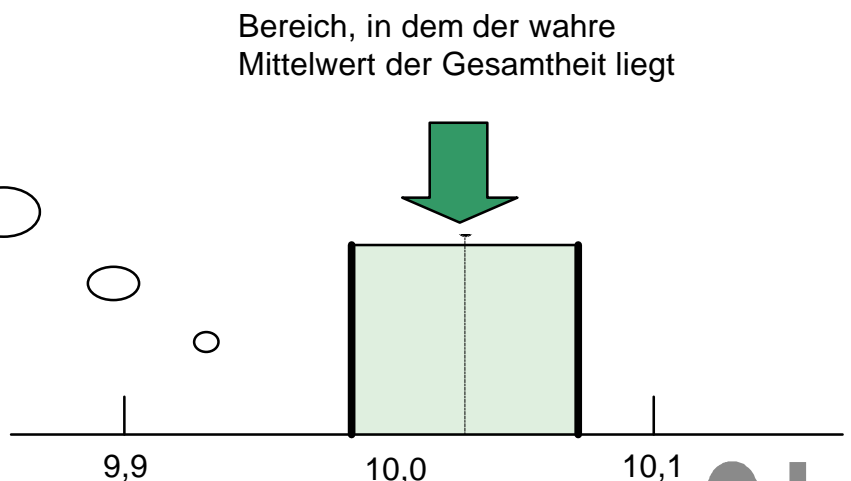
Findet man Stichproben, deren Kennwerte nicht im Vertrauensbereich liegen, so kann man sagen: Diese Stichproben gehören, mit P%-iger Sicherheit, nicht zur Grundgesamtheit.

Man sagt: Es liegt eine signifikante Abweichung vor. Falsche Lieferungen, Fertigungsfehler und Ähnliches werden so erkannt.

Wie geht man vor?



Vertrauensbereiche kann man für
 -- Mittelwert
 -- Standardabweichung und
 -- Überschreitungsanteile
 errechnen. Vorgehen siehe Seite 2 - 4

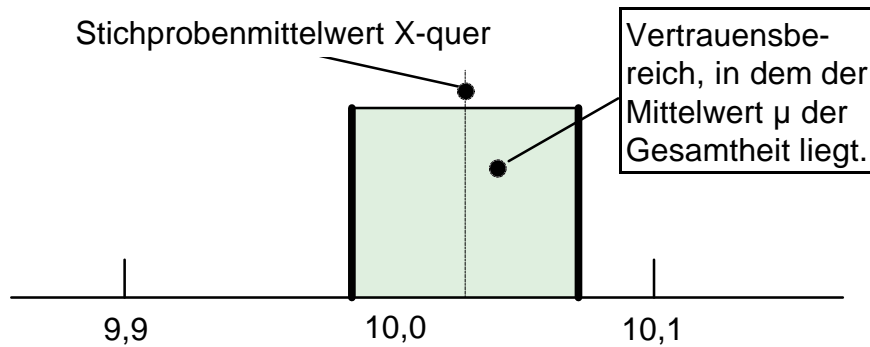


3h

Der Vertrauensbereich für den Mittelwert

Eine Stichprobe soll Aussagen über die Gesamtheit der Teile ermöglichen. Zum Beispiel kann man annehmen, daß der Mittelwert einer repräsentativen Stichprobe in etwa dem Mittelwert der Gesamtheit der Teile (Grundgesamtheit) entspricht.

Ganz sicher ist man aber nie, ob der Stichprobenmittelwert \bar{x} auch genau dem Gesamtheitsmittelwert μ entspricht.

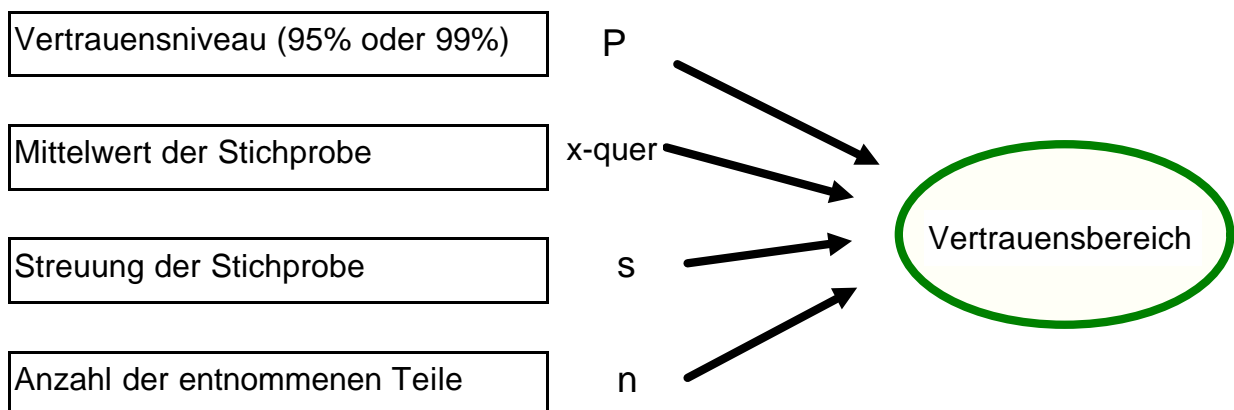


Man definiert deshalb, links und rechts vom Mittelwert der Stichprobe, einen **Vertrauensbereich**, in dem der Mittelwert Gesamtheit liegen wird.

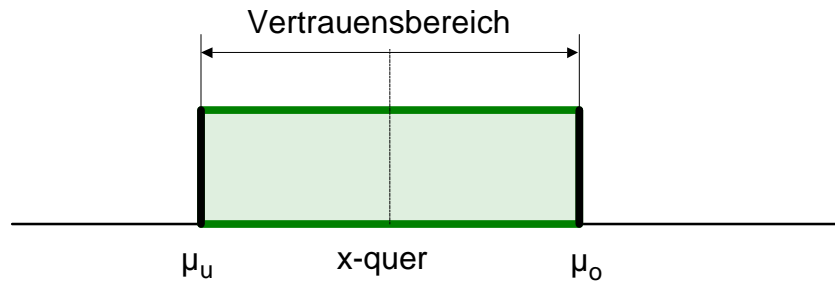
Aber auch das ist nicht ganz sicher.

Deshalb eine gewünschte Aussagewahrscheinlichkeit, mit der dann tatsächlich der wahre Mittelwert im Vertrauensbereich liegt. Diese Aussagewahrscheinlichkeit heißt **Vertrauensniveau P**. Dieses Vertrauensniveau wird gewöhnlich mit 95% oder 99% gewählt, dann läßt sich der Vertrauensbereich berechnen.

Welche Größen bestimmen den Vertrauensbereich?



Wie werden die obere und untere Grenze des Vertrauensbereichs für μ berechnet?



Formel für die obere und untere Grenze:

$$\mu_u = \bar{X} - t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\mu_o = \bar{X} + t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- t = Student-Faktor aus Tabelle
- \bar{X} = Mittelwert der Stichprobe
- s = Standardabweichung (Streuung) der Stichprobe
- n = Anzahl der entnommenen Teile

Tabelle für t-Faktor:

n	95% t	99% t
5	2,776	4,604
6	2,571	4,032
7	2,447	3,707
8	2,365	3,499
9	2,306	3,355
10	2,262	3,250
11	2,228	3,169
13	2,179	3,055
15	2,145	2,977
20	2,093	2,861
25	2,064	2,797
30	2,045	2,756
40	2,023	2,708
50	2,010	2,679
60	2,001	2,662
80	1,990	2,640
100	1,984	2,626
150	1,976	2,609
200	1,972	2,600
500	1,965	2,586

Die Tabelle für den t-Faktor zeigt, daß t größer wird, wenn man die Aussagewahrscheinlichkeit (Vertrauensniveau) auf 99% steigert. Damit wird der Vertrauensbereich größer. Der Vertrauensbereich wird allerdings kleiner mit größerer Teilezahl n.

Je größer das Vertrauensniveau, desto größer wird der Vertrauensbereich.

Je größer die entnommene Teilezahl n, desto kleiner wird der Vertrauensbereich.

Beispiel für die Berechnung des Vertrauensbereiches beim Mittelwert.

Gemessen wurden 9 Seitenlaschen einer Kette:

Mittelwert $\bar{x} = 7,33$ mm

Standardabweichung $s = 1,5$ mm

Vertrauensniveau $P = 95\%$ (99%)

Gesucht: Grenzen des Vertrauensniveaus für μ (μ =Mittelwert der Gesamtheit)

Bereichsgrenzen für $P = 99\%$

$$\mu_u = \bar{x} - t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\mu_o = \bar{x} + t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\mu_u = 7,33 - 3,355 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{9}}$$

$$\mu_o = 7,33 + 3,355 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{9}}$$

$$\mu_u = 5,65 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{\mu_o = 9,01 \text{ mm}}}$$

Bereichsgrenzen für $P = 95\%$

$$\mu_u = \bar{x} - t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\mu_o = \bar{x} + t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

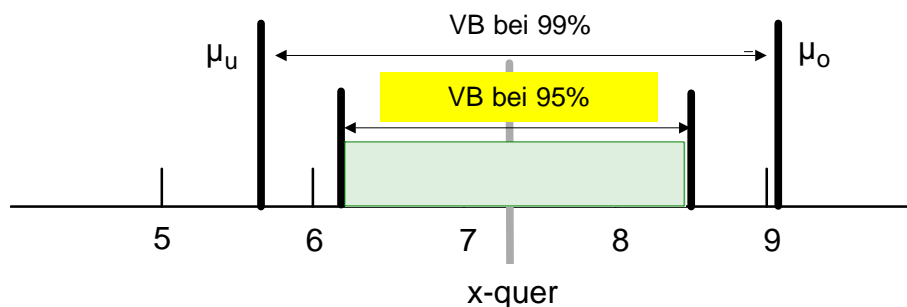
$$\mu_u = 7,33 - 2,306 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{9}}$$

$$\mu_o = 7,33 + 2,306 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{9}}$$

$$\mu_u = 6,18 \text{ mm}$$

$$\mu_o = 8,49 \text{ mm}$$

Darstellung des Ergebnisses:



Wichtig: Hat man die Vertrauensgrenzen ermittelt, so müssen alle Mittelwerte von weiteren Stichproben in diesen Grenzen liegen. Tun sie das nicht, so kann folgende Aussage gemacht werden:

Mit einer bestimmten Signifikanz P (P=Vertrauensniveau) gehören diese Stichproben nicht zur Gesamtheit.